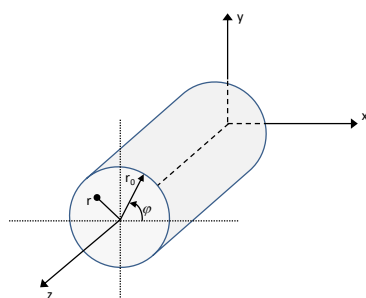


SEL 310 – Ondas Eletromagnéticas
Quiz 8



Considere o guia cilíndrico metálico de raio r_0 mostrado na figura abaixo. O ponto $r(r, \varphi, z)$ indicado na figura é apenas um ponto arbitrário para salientar que o sistema de coordenadas é cilíndrico. Este guia suporta a propagação tanto de modos TE quanto TM, mas estamos interessados somente na polarização TM (onde apenas $H_z=0$) com a direção de propagação ao longo de $+z$ e com a seguinte dependência neste eixo:

$$e^{-j\beta z}$$

As equações de Maxwell que governam a propagação de ondas eletromagnéticas nesta estrutura podem ser escritas em função das componentes longitudinais (z) da seguinte forma:

$E_r = \left[\frac{k_0^2}{rq^2} + j \frac{1}{\beta} \right] \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{Z}{rq^2} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi}$	$E_\varphi = -j \frac{1}{\beta} \left[\frac{k_0^2}{q^2} - 1 \right] \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{Z}{q^2} \frac{\partial H_z}{\partial r}$
$H_r = j \frac{\beta}{q^2} \left[-j \frac{Y}{\beta r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_z}{\partial r} \right]$	$H_\varphi = -j \frac{\beta}{q^2} \left[\frac{Y}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right]$

Supondo que a solução da equação de Helmholtz para esta estrutura é do tipo:

$$E_z = E_0 \cos(v\varphi) J_\nu(qr) e^{-j\beta z} \quad \text{V/m,}$$

onde $J_\nu(qr)$ é a função de Bessel de ordem ν , e ν é um inteiro, pede-se:

- 1) As expressões para cada uma das componentes de campo. Use a relação de recorrência da derivada da função de Bessel dada abaixo.
- 2) Se a componente E_z for definida como $E_z = E_0 \sin(v\varphi) J_\nu(qr) e^{-j\beta z}$ V/m, ela ainda seria uma solução do problema? Isso impacta na designação modal (já que $\nu \neq 0$), mas basta renomear os modos. Explique.
- 3) Projete um guia de onda cilíndrico que suporte a propagação de todos os modos TM abaixo do modo TM_{02} (ou seja, este modo está cortado) na faixa de frequências de $8 \text{ GHz} \leq f \leq 12 \text{ GHz}$. Liste os modos que se propagam.

Designação modal	Zeros da derivada da função de Bessel $J_\nu(\kappa_\nu), \kappa_\nu = qr_0$	Comprimento de onda de corte, λ_c (relativo a r_0)
TM_{01}	2.405	$2.61r_0$
TM_{02}	5.52	$1.14r_0$
TM_{11}	3.832	$1.64r_0$
TM_{12}	7.016	$0.89r_0$
TM_{21}	5.135	$1.22r_0$
TM_{31}	6.379	$0.98r_0$
TM_{41}	7.588	$0.83r_0$

Definições:

$$q = \sqrt{k_0^2 - \beta^2} \text{ rd/m}; \quad Z = -j\omega\mu_0 \quad \Omega/\text{m}; \quad Y = -j\omega\epsilon_0 \quad \text{S/m}; \quad \epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}; \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

$$\frac{dJ_\nu(qr)}{dr} = q \left[\frac{\nu}{qr} J_\nu(qr) - J_{\nu+1}(qr) \right]$$

$$f = c/\lambda, \text{ onde } c = 1/\sqrt{\mu_0\epsilon_0} \quad \lambda_c = \frac{2\pi r_0}{\kappa_\nu}$$